

Aufgabenmix (5) : Parabeln, Geraden und und Parameter

Aufgabe 1: Wäscheleine

Bekanntlich lässt sich ein durchhängendes Seil annähernd durch eine Parabel beschreiben. Seit der letzten Schulaufgabe wissen wir auch, dass sich die Länge der Schnur ändern kann, z.B. wenn sich im Sommer das Seil durch Wärmeausdehnung verlängert. Dieser Sachverhalt soll nun ein bisschen genauer unter die Lupe genommen werden.

Die beiden Befestigungspunkte haben einen Abstand von 10 m und liegen auf gleicher Höhe. Das durchhängende Seil soll durch eine Parabelschar beschrieben werden.

Um die Situation noch weiter zu vereinfachen, befinden sich die beiden Befestigungspunkte auf der x-Achse.

- 1.1 Ermitteln Sie, ausgehend von der Linearfaktor-Zerlegung (Nullstellen-Form) den Funktionsterm $h_k(x)$. Welche Werte darf der Parameter annehmen ?
- 1.2 Geben Sie die Koordinaten aller Scheitelpunkte der Funktion h_k an.
Ermitteln Sie, ausgehend von der Scheitelform, den Funktionsterm $h_k(x)$.
Bedenken Sie, dass der Graph $G(h_k)$ durch die Nullstellen verlaufen muss.
- 1.3 Eine dritte Möglichkeit besteht darin, von der Normalform $h(x) = ax^2 + bx + c$ auszugehen. Bestimmen Sie damit den Funktionsterm.
- 1.4 Geben Sie den Funktionsterm $f_k(x)$ für den Fall an, dass sich die Befestigungspunkte in einer Höhe von 2m über dem Boden befinden.

Wir gehen bei den folgenden Aufgaben von den in 1.4 gefundenen Funktionsterm aus

- 1.5 Welche Werte darf der Parameter annehmen, wenn das Seil frei durchhängen soll ?
- 1.6 Am befestigten Seil sollen Handtücher (80 cm lang) aufgehängt werden.
Welche Werte darf der Parameter dann annehmen ?
- 1.7 Nun wird ein Seil betrachtet, für das $k = 0,01$ ist.
Wie weit hängt diese Leine durch ?
Unter welchem Winkel schneidet sie die Horizontale im Aufhängepunkt ?
Fertigen Sie zuerst eine Zeichnung an und bestimmen Sie daraus den Winkel.
Berechnen Sie dann diesen Winkel.
- 1.8 Unter welchem Winkel schneidet die Leine, die gerade noch frei durchhängt, im Aufhängepunkt die Horizontale ?
- 1.9 Wie muss k gewählt werden, damit die Leine im Aufhängepunkt die Horizontale unter 14° schneidet ? (Zwei Nachkomma-Stellen Genauigkeit)

Aufgabe 2

Die Aufgabenstellung wird nun so abgeändert, dass die Aufhängepunkte nicht mehr auf gleicher Höhe sind. Die Koordinaten sind nun $P(0|2)$ und $Q(6|8)$.

- 2.1 Überlegen Sie, welche der Methoden aus den Aufgabenstellungen 1.1, 1.2 und 1.3 jetzt funktionieren.
- 2.2 Bestimmen Sie den Funktionsterm einer Parabelschar durch die Punkte P und Q.
(Mögliches Ergebnis: $f_k(x) = kx^2 + x - 6kx + 2$)
- 2.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitels von f_k .
- 2.4 Ermitteln Sie, für welche Werte von k keine Nullstellen existieren.
- 2.5 Durch $p_k(x) = kx^2 + x - 6kx + 1 + 8k$ ist eine andere Parabelschar festgelegt.
Berechnen Sie die gemeinsamen Punkte.